Première approche des fonctions et leurs domaines

Exercices préparatoires

Complète les phrases suivantes et donne les exemples adéquats :

- Pour connaître la croissance d'une fonction du premier degré,

je regarde **le coefficient de x (coefficient de direction)**

s'il est **positif**, f(x) est **strictement croissant**

exemple : f(x) = 10x - 8

s'il est **négatif,** f(x) est **strictement décroissant**

exemple : f(x) = -10 x - 8

- Pour connaître la concavité d'une fonction du second degré,

je regarde **le coefficient de x^2 (a)**

s'il est **positif**, f(x) est **à concavité vers le haut**

exemple : f(x) = $3x^2$ - 5x + 1

s'il est **négatif**, f(x) est **à concavité vers le bas**

exemple : f(x) = **-3**x^2 - 5x + 1

- Pour calculer les points d'intersection de f(x) avec l'axe OX,

je **remplace « y » ou « f(x) » par « 0 »**

et je calcule les **racines**.

Les points s'écrivent alors **(racines, 0)**

exemple : f(x) = $2x^2$ + 5x

$2x^2 + 5x = 0$
$x (2x + 5) = 0$
$x = 0$ ou $x = -5/2$

points d'intersection avec OY : (**0**,0) et (-5/2,0)

Pour connaître la parité d'une fonction,

je **remplace « x » par « -x » dans la fonction**

Si f(**-x**) **= f(x)** alors f(x) est **pair** et son graphique est symétrique par rapport à **l'axe OY**

exemple : $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 9$

Si f(**-x**.) **= - f(x)** alors f(x) est **impair** et son graphique est symétrique par rapport à **l'origine (0,0)**

exemple : $f(x) = \dfrac{5x}{3x^2 - 1}$

- Pour connaître l'image d'une fonction d'après son graphique,

je **projette le graphique sur l'axe OY**

exemple : f(x) = $\sqrt{x-1} - 5$ admet comme image I = **[-5,+∞[**

Les fonctions du troisième degré peuvent admettre un point d'inflexion (P.I.)

Pour $f(x) = x^3$ le P.I. est (**0,0**)

Le P.I. suit le même déplacement que le graphique

exemples : $f(x) = (x - 5)^3 + 2$

Le P.I. se translate de **5 unités vers la droite et de 2 unités vers le haut**.
et devient donc **P.I. (5,2)**

Les fonctions de type 1/x sont caractérisées par leurs asymptotes (A.V et A.H)

Pour $f(x) = \dfrac{1}{x}$, on a A.V. ≡ **x = 0**. et A.H. ≡ **y = 0**
Les asymptotes. suivent les mêmes déplacements que le graphique

exemples : $f(x) = \dfrac{1}{x-4} + 3$
L'A.V.. se translate de **4 unités vers la droite**.

et s'écrit donc A.V. ≡ **x = 4**.

L'A.H.. se translate de **3 unités vers le haut**

et s'écrit donc A.H. ≡ **y = 3**.

Les domaines :

Il existe trois types de condition d'existence :

Si la fonction s'écrit $f(x)=\frac{n(x)}{d(x)}$ alors il y a une condition d'existence qui est : **d(x) ≠ 0**

Si la fonction s'écrit $f(x)=\sqrt{a(x)}$ alors il y a une condition d'existence qui est : **a(x) ≥ 0**

Si la fonction s'écrit $f(x)=\frac{n(x)}{\sqrt{b(x)}}$ alors il y a une condition d'existence qui est : **b(x) > 0**..

S'il y a à la fois, des dénominateurs et des racines d'indice pair, il y aura **plusieurs** conditions. La domaine s'obtiendra en reprenant les différentes conditions sur la « ligne des réels »

Exemple : $f(x)=\frac{\sqrt{x-4}}{(x-5)\sqrt{6-x}}$

Il y a :
une racine carrée au numérateur d'où la C.E. : x – 4 ≥ 0
un polynôme au dénominateur d'où la C.E. : x - 5 ≠ 0
une racine carrée au dénominateur d'où la C.E. : 6 – x > 0

Après résolution des trois conditions, on obtient : $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \neq 5 \\ x < 6 \end{cases}$

ce qui donne D = [4,5[U]5,6[

Exercices :

Pour chaque fonction, coche la bonne catégorie de conditions d'existence
et précise s'il faut faire un tableau de signes. Justifie

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

exemple :

$\sqrt{x^2-7}$

X
car rac carrée
au num
$x^2 - 7 \geq 0$

oui car C.E. = inéquation du 2ème degré

x		$-\sqrt{7}$		$\sqrt{7}$	
	+	0	-	0	+

D = $]-\infty,-\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7},+\infty[$

Fais les autres exercices sur le même modèle

$f_1(x) = \sqrt{9-x^2}$

$f_2(x) = \sqrt{7-8x}$

$f_3(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{-x^2++3x-2}}$

$f_4(x) = \sqrt{\dfrac{2x}{-x^2-4}}$

$f_5(x) = \sqrt{\dfrac{x+5}{2x-11}}$

$f_6(x) = \dfrac{\sqrt{x+6}}{\sqrt{13-x}}$

$f_7(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-25}}{x-8}$

$f_8(x) = \dfrac{3x+1}{2x\sqrt{x+6}}$

$f_9(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{4-x^2}}$

$f_{10}(x) = \sqrt{\dfrac{x^3-2x}{x+5}}$

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

solutions :

$\sqrt{9-x^2}$

X

car rac carrée
au num

$9 - x^2 \geq 0$

oui car C.E. = inéquation du 2ème degré

x		-3		3	
	-	0	+	0	-

D = [-3,3]

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$\sqrt{7-8x}$

X

car rac carrée
au num

$7 - 8x \geq 0$

pas obligatoire car C.E. est inéq du 1er degré

$-8x \geq -7$

;

$8x \leq 7$

$x \leq 7/8$

D = $]-\infty, \frac{7}{8}]$

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$\frac{2x}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$

X

car rac carrée
au dénom

$-x^2 + 3x - 2 > 0$

oui car C.E.
est inéq du 2ème degré

x		1		2	
	-	0	+	0	-

D = $]1,2[$

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$\sqrt{\frac{2x}{-x^2-4}}$ X

car une rac carrée

$\frac{2x}{-x^2-4} \geq 0$ oui car C.E.

est une fraction

recherche des racines :

2x = 0 $-x^2 - 4 = 0$

x = 0 $-x^2 = 4$

$x^2 = -4$

impossible d'où pas de racine

tableau de signes :

		0	
2x	-	0	+
$-x^2 - 4$	-	-	-
	+	0	-

D =]-∞ , 0]

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$\sqrt{\frac{x+5}{2x-11}}$ X

car une rac carrée

$\frac{x+5}{2x-11} \geq 0$ oui car C.E.

est une fraction

recherche des racines :

x + 5 = 0 2x - 11 = 0

x = -5 2x = 11

x = 11/2

tableau de signes :

		-5		11/2	
x + 5	-	0	+	+	+
2x-11	-	-	-	0	+
	+	0	-	|	+

D =]-∞ , -5] U]11/2,+∞[

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux
$\frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt{13-x}}$		X	X	

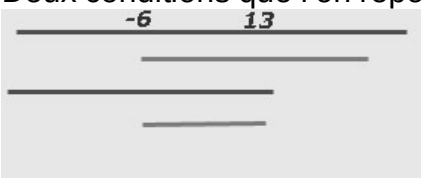
x + 6 ≥0 car une rac carrée au num

13 –x >0 car une rac carrée au dén

1° x + 6 ≥ 0 2° 13 – x > 0

x ≥ -6 x < 13

Deux conditions que l'on reporte sur la ligne :



D = [-6,13[

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux
$\frac{\sqrt{x^2-25}}{x-8}$		X	X	

1° $x^2 - 25 \geq 0$ car une rac carrée au num

tableau car 2ème degré

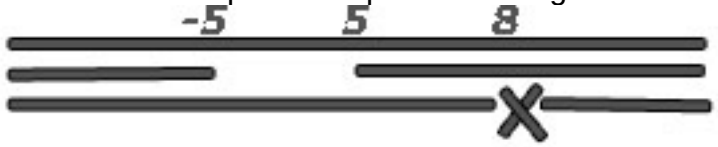
		-5		5	
x^2-25	+	0	-	0	+

$x \in]-\infty,-5] \cup [5,+\infty[$

2° x – 8 ≠ 0

x ≠ 8

Deux conditions que l'on reporte sur la ligne :



D = $]-\infty,-5] \cup [5,8[\cup]8,+\infty[$

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$$\frac{3x+1}{2x\sqrt{x+6}}$$

1° x ≠ 0 car dén

2° x + 6 > 0 car rac au dén

x > -6

D = $]-6,0[\cup]0,+\infty[$

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$$\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{4-x^2}}$$

1° $x^2 - 1 \geq 0$ car rac au num

tableau car 2ème d

		-1		1	
x^2-1	+	0	-	0	+

$x \in]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$

2° $4 - x^2 > 0$ car rac au dén

tableau car 2ème d

		-2		2	
$4-x^2$	-	0	+	0	-

$x \in]-2,2[$

Deux conditions que l'on reporte sur la ligne :

D = $]-2,-1]\cup[1,2[$

f(x)	…. ≠ 0	>0	≥ 0	tableaux

$$\sqrt{\frac{x^3-2x}{x+5}}$$

$\frac{x^3-2x}{x+5} \geq 0$ car rac carrée

tableau car fraction

racines : $x^3 - 2x = 0$ $x = -5$

$x(x^2 - 2) = 0$

$x = 0$ ou $x = \pm\sqrt{2}$

		-5		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	
x	-	-	-	-	-	0	+	+	+
$x^2 - 2$	+	+	+	0	-	-	-	0	+
x+5	-	0	+	+	+	+	+	+	+
	+	/	-	0	+	0	-	0	+

D = $]-\infty,-5[\cup[-\sqrt{2},0]\cup[\sqrt{2},+\infty[$